

باسمه تعالی

|   |                              |  |                                    |
|---|------------------------------|--|------------------------------------|
| مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه                        | رشته‌ی : علوم تجربی          | ساعات شروع : ۸ صبح   | سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تعداد صفحه : ۲                                | تاریخ امتحان : ۱۱ / ۳ / ۱۳۹۲ | سال سوم آموزش متوسطه   |                                    |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |                              | دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۲ |                                    |

| ردیف | سوالات   | نمره |
|------|--|------|
| ۱    | یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم.<br>الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.<br>ب) پیشامد آن که سکه « رو » یا تاس ۵ بیاید را مشخص کنید.   | ۱/۵  |
| ۲    | می‌خواهیم از بین ۵ مرد و ۳ زن یک کمیته‌ی ۳ نفری انتخاب کنیم . مطلوب است محاسبه‌ی احتمال آن که:<br>الف) حد اکثر یک مرد انتخاب شود.<br>ب) هر سه مرد باشند.   | ۱/۵  |
| ۳    | احتمال قبولی علی و محمد در المپیاد زیست شناسی به ترتیب برابر ۸۰٪ و ۶۰٪ است . احتمال هریک از پیشامدهای زیر را به دست آورید.<br>الف) هردوی آن‌ها در المپیاد قبول شوند.<br>ب) حداقل یکی از آن‌ها در المپیاد قبول شود. | ۱    |
| ۴    | نامعادله‌ی $\frac{x+2}{2x-1} \leq \frac{1}{x-2}$ را حل کنید و مجموعه‌ی جواب را به صورت بازه نشان دهید.   | ۱/۵  |
| ۵    | اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\alpha$ زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل $\tan 2\alpha$ را به دست آورید.  | ۱/۲۵ |
| ۶    | تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 0 \\ x - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ داده شده است .<br>الف) نمودار تابع $f$ را رسم کنید.<br>ب) حاصل $f(f(-1))$ را به دست آورید.   | ۱    |
| ۷    | دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورید.<br>$y = \frac{x+5}{x^2 - 4x + 4}$  | ۰/۵  |
| ۸    | در تابع $y = ax^2 + bx - 2$ مقادیر $a$ و $b$ را طوری بیابید که نمودار تابع از نقطه‌ی $A(-1, 2)$ بگذرد و محور $x$ ها را در نقطه‌ی ای به طول ۱ قطع کند.  | ۱    |
|      | « ادامه در صفحه ی دوم »  |      |

باسمه تعالی

|  |                              |   |                        |
|--|------------------------------|---|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)   | رشته‌ی : علوم تجربی          | ساعت شروع: ۸ صبح                              | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه   | تاریخ امتحان : ۱۱ / ۳ / ۱۳۹۲ | تعداد صفحه : ۲                                |                        |
| دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۲ |                              | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |                        |

| ردیف | سؤالات   | نمره     |
|------|--|----------|
| ۹    | توابع $f$ و $g$ با ضابطه های $f(x) = 2x - 4$ و $g(x) = \sqrt{x - 6}$ داده شده اند.<br>الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را بنویسید .<br>ب) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.   | ۱/۷۵     |
| ۱۰   | اگر به ازای هر $x$ داشته باشیم $2 - x^2 \leq g(x) \leq 2 \cos x$ حد تابع $g(x)$ را در $x = 0$ تعیین کنید.  | ۰/۷۵     |
| ۱۱   | حاصل هر یک از حدهای زیر را حساب کنید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \tan(3x)}{x^2}$<br>ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 1}{3 - x}$<br>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x + 2}}{4x^2 + 5x}$ | ۳        |
| ۱۲   | مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} -4x + a & x > -1 \\ -6x & x = -1 \\ x^2 - 5x & x < -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ پیوسته باشد.  | ۱/۲۵     |
| ۱۳   | مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست)<br>الف) $f(x) = (3x^4 - 2x + 1)(x^3 + x)$<br>ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{4x - 5}$<br>ج) $h(x) = \cot(\Delta x) + \cos^3(x)$   | ۲/۵      |
| ۱۴   | آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x + 1}$ وقتی متغیر از $x_1 = 3$ به $x_2 = 8$ تغییر می کند را بیابید.   | ۱        |
| ۱۵   | شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در نقطه‌ی $x = 5$ به دست آورید.  | ۰/۵      |
|      | « موفق باشید »   | جمع نمره |
|      |  | ۲۰       |

|   |   |
|---|---|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)                                   | رشته‌ی: علوم تجربی                            |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۳ / ۱۱                   |
| دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۲ | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |

|      |               |      |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

|   |  |     |
|---|--|-----|
| ۱ | الف) $S = \{ (1, پ), (1, ر), (2, پ), (2, ر), (3, پ), (3, ر), (4, پ), (4, ر), (5, پ), (5, ر), (6, پ), (6, ر) \}$ (۱)<br>ب) $A = \{ (1, ر), (2, ر), (3, ر), (4, ر), (5, ر), (6, ر), (5, پ) \}$ (۰/۵) | ۱/۵ |
|---|--|-----|

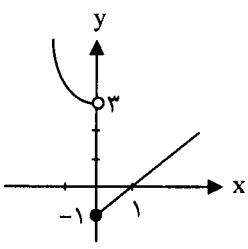
|   |  |     |
|---|--|-----|
| ۲ | الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{16}{56} \quad (۰/۲۵)$<br>ب) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{10}{56} \quad (۰/۲۵)$ | ۱/۵ |
|---|--|-----|

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۳ | الف) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.6 \times 0.8 = 0.48 \quad (۰/۲۵)$<br>ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.48 = 0.92 \quad (۰/۲۵)$ | ۱ |
|---|---|---|

|                |  |      |               |      |               |           |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |
|----------------|--|------|---------------|------|---------------|-----------|-----|-----------|----------------|---|---|---|---|---|---|---------------|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|------|-----|---|-----|--|--|--|------|-----|---|------|-----|
| ۴              | $\frac{x+2}{2x-1} - \frac{1}{x-2} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x+2)(x-2) - (2x-1)}{(2x-1)(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(2x-1)(x-2)} \leq 0$ $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1 \\ (2x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, x = 2 \end{cases}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>x^2 - 2x - 3</math></td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>(2x-1)(x-2)</math></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>کسر</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>جواب</td> <td>تین</td> <td>+</td> <td>تین</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>جواب</td> <td>تین</td> <td>-</td> <td>جواب</td> </tr> </table> $\text{مجموعه جواب} = \left[ -1, \frac{1}{2} \right) \cup (2, 3] \quad (۰/۷۵)$ | $x$  | $-\infty$     | $-1$ | $\frac{1}{2}$ | $2$       | $3$ | $+\infty$ | $x^2 - 2x - 3$ | + | ۰ | - | - | ۰ | + | $(2x-1)(x-2)$ | + | + | ۰ | - | ۰ | + | کسر | + | ۰ | جواب | تین | + | تین |  |  |  | جواب | تین | - | جواب | ۱/۵ |
| $x$            | $-\infty$  | $-1$ | $\frac{1}{2}$ | $2$  | $3$           | $+\infty$ |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |
| $x^2 - 2x - 3$ | +  | ۰    | -             | -    | ۰             | +         |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |
| $(2x-1)(x-2)$  | +  | +    | ۰             | -    | ۰             | +         |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |
| کسر            | +  | ۰    | جواب          | تین  | +             | تین       |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |
|                |  |      | جواب          | تین  | -             | جواب      |     |           |                |   |   |   |   |   |   |               |   |   |   |   |   |   |     |   |   |      |     |   |     |  |  |  |      |     |   |      |     |

|                         |  |  |
|-------------------------|--|--|
| « ادامه در صفحه ی دوم » |  |  |
|-------------------------|--|--|

|   |   |
|---|---|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)                                     | رشته‌ی : علوم تجربی                           |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان : ۱۳۹۲ / ۳ / ۱۱                  |
| دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه ) سال ۱۳۹۲ | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |

| ردیف                    | راهنمای تصحیح  | نمره |
|-------------------------|--|------|
| ۵                       | $\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4} \quad (0/25)$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(-\frac{3}{4})}{1 - (-\frac{3}{4})^2} = -\frac{24}{7} \quad (0/25)$                            | ۱/۲۵ |
| ۶                       | <p>الف)</p>  <p>ب) <math>f(f(-1)) = f(4) = 3 \quad (0/25)</math></p>   | ۱    |
| ۷                       | $x^2 - 4x + 4 \neq 0 \quad (0/25) \Rightarrow D = R - \{2\} \quad (0/25)$  | ۰/۵  |
| ۸                       | $\left. \begin{array}{l} A(-1, 2) \Rightarrow 2 = a - b - 2 \quad (0/25) \Rightarrow a - b = 4 \\ B(1, 0) \Rightarrow 0 = a + b - 2 \quad (0/25) \Rightarrow a + b = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \quad (0/25) \\ b = -1 \quad (0/25) \end{cases}$                                       | ۱    |
| ۹                       | <p>الف) <math>(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x - 4) = \sqrt{2x - 1} \quad (0/5)</math></p> <p><math>D_f = R \quad (0/25)</math> و <math>D_g = [6, +\infty) \quad (0/25)</math></p> <p><math>D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid 2x - 4 \geq 6\} = [5, +\infty) \quad (0/25)</math></p> | ۱/۷۵ |
| ۱۰                      | $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos x = 2 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0} (2 - x^2) = 2 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2 \quad (0/25)$  | ۰/۷۵ |
| « ادامه در صفحه ی سوم » |  |      |

|   |   |
|---|---|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)                                   | رشته‌ی: علوم تجربی                            |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۳ / ۱۱                   |
| دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۲ | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره |
|------|--|------|
| ۱۱   | <p>الف) <math display="block">\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16} \times \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\cdot/25)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\cdot/25)}{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(x+4)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{32} \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ب) <math display="block">\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)\tan(3x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{1} = 6 \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ج) <math display="block">\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+1}{2-x} = \frac{1 \cdot 0}{0^+} = +\infty \quad (\cdot/25)</math></p> <p>د) <math display="block">\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3}{4} \quad (\cdot/25)</math></p> |      |
| ۱۲   | <p><math display="block">\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &amp;= \lim_{x \rightarrow -1^+} (-4x+a) = a+4 \quad (\cdot/25) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &amp;= \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2-5x) = 6 \quad (\cdot/25) \\ f(-1) &amp;= 6 \quad (\cdot/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a+4=6 \Rightarrow a=2 \quad (\cdot/25)</math></p>  |      |
| ۱۳   | <p>الف) <math display="block">f'(x) = \frac{(12x^3-2)(x^2+x)}{(\cdot/25)} + \frac{(3x^2+1)(3x^2-2x+1)}{(\cdot/25)}</math></p> <p>ب) <math display="block">g'(x) = \frac{\frac{3x^2}{2\sqrt{x^2+1}}(4x-5) - 4\sqrt{x^2+1}}{(4x-5)^2} \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ج) <math display="block">h'(x) = \frac{-5}{(\cdot/25)} (1 + \cot^2(\Delta x)) - 3 \sin x \cos^2 x \quad (\cdot/25)</math></p>   |      |
|      | « ادامه در صفحه ی چهارم »  |      |

باسمه تعالی

|  |   |
|--|---|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)                                    | رشته‌ی : علوم تجربی                           |
| سال سوم آموزش متوسطه   | تاریخ امتحان : ۱۳۹۲ / ۳ / ۱۱                  |
| دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۲ | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح  | نمره |
|------|--|------|
| ۱۴   | $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(8) - f(3)}{8 - 3} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5} \quad (./25)$ | ۱    |
| ۱۵   | $y = x^2 - x \Rightarrow y' = 2x - 1 \Rightarrow m = y'(5) = 9 \quad (./25)$                                 | ۰/۵  |
|      | جمع نمره   | ۲۰   |

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.