

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

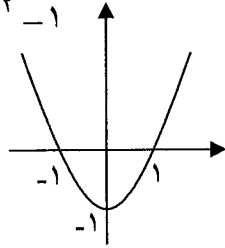
ردیف	سؤالات	نمره
۱	یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. الف) پیشامد آن را بنویسید که عدد روی تاس بزرگتر از ۵ باشد. ب) احتمال آن را بیابید که سکه پشت یا تاس ۴ بیاید.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد می‌نامیم. ب) اگر $A \subseteq S$ و A' متمم A باشد آن گاه $A \cap A' = \dots\dots\dots$ و $A \cup A' = \dots\dots\dots$	۰/۷۵
۳	در جعبه‌ی A ، ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی B ، ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد.	۱/۲۵
۴	در جعبه‌ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب موجود است. سه لامپ به تصادف و هم‌زمان خارج می‌کنیم؛ احتمال آن که لامپ‌ها از یک نوع باشند را بیابید.	۱
۵	معادله‌ی $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$ را حل کنید.	۱
۶	توابع $f(x) = -2$ و $g(x) = x^2 + 1$ داده شده‌اند. الف) نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید. ب) مقدار $(f \cdot g)(-3)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۷	دامنه‌ی توابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نشان دهید. الف) $f(x) = \log(x^2 - 2x - 3)$ ب) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$	۱/۷۵
۸	دو تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ داده شده‌اند. الف) ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ را بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید.	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سوالات	نمره
۹	سهمی به معادله‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ مفروض است. اگر نمودار آن، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض (-1) و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول (1) قطع کند و داشته باشیم $f(2) = 3$ ، مقادیر a و b و c را بیابید.	۱/۲۵
۱۰	در صورتی که $f(x-2) = \frac{2x+3}{x}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را به دست آورید.	۱
۱۱	هر یک از حدهای زیر را حساب کنید.	۲/۷۵
	الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{\sqrt{2x-1}-3}$	
	ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{7 + 5x}$	
۱۲	$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2b & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ x + a & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. a و b را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ی $x = 0$ پیوسته باشد.	۱/۲۵
۱۳	مشتق تابع $f(x) = x^2 + 4x$ را در نقطه‌ی $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.	۱
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)	۲
	الف) $f(x) = \frac{x}{x + \sqrt{x}}$ ب) $g(x) = x^3(3x+1)^5$ ج) $h(x) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$	
۱۵	تابع $f(x) = x^2 + 5x - 6$ داده شده است. آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی که متغیر از $x = 1$ به $x = 4$ تغییر می‌کند، تعیین کنید.	۱
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) $A = \{(r, 6), (p, 6)\}$ (۰/۲۵) ب) $P(\text{سکه پشت}) = \frac{6}{12}$ $P(\text{تاس ۴}) = \frac{2}{12}$ $P(\text{اشتراک}) = \frac{1}{12}$ $\Rightarrow P(\text{سکه پشت یا تاس ۴}) = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
۰/۷۵	الف) ناسازگار (۰/۲۵) ب) $A \cap A' = \emptyset$ (۰/۲۵) و $A \cup A' = S$ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	$P(\text{سیاه بودن}) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{17}{48}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۳
۱	$P(\text{لامپ‌ها از یک نوع}) = \frac{\binom{6}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۴
۱	$\frac{x^2 + x + 3 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۵
۱/۵	الف) برای نقاط تلاقی با محورهای نمره منظور شود. (۰/۷۵) $(f+g)(x) = x^2 - 1$  ب) $(f \cdot g)(-3) = f(-3)g(-3) = -2 \times 10 = -20$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۶
« ادامه در صفحه ی دوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	الف) $x^2 - 2x - 3 > 0$ (۰/۲۵) $x < -1$ یا $x > 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $2x - 1 > 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x > \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow D_g = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۸	الف) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{1}{x-1} + 2}{x-1} - 3$ (۰/۲۵) ب) $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ (۰/۲۵), $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \left\{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\right\}$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \left\{x \mid x \neq 1, \frac{1}{x-1} \neq 3\right\} = \left\{x \mid x \neq 1, x \neq \frac{4}{3}\right\}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۹	$f(0) = -1 \Rightarrow c = -1$ (۰/۲۵) $f(1) = 0 \Rightarrow 0 = a + b - 1 \Rightarrow a + b = 1$ (۰/۲۵) $f(2) = 3 \Rightarrow 3 = 4a + 2b - 1 \Rightarrow 2a + b = 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 1, b = 0$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 3}{x} = \frac{9}{3} = 3$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{2x^2} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{\sqrt{2x-1} - 3} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5-x)(\sqrt{2x-1} + 3)}{(\sqrt{2x-1} - 3)(\sqrt{2x-1} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5-x)(\sqrt{2x-1} + 3)}{-2(5-x)} = -\frac{3}{2}$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵) د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{7 + 5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{5x} = \frac{2}{5}$ (۰/۲۵)	۲/۷۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۶ / ۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) & \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2b & \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a & \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} & (0/25) \\ a = 1 & (0/25) \end{cases}$	۱/۲۵
۱۳	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 6)}{x - 2} = 8 \quad (0/25)$	۱
۱۴	<p>الف) $f'(x) = \frac{1(x + \sqrt{x}) - (1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})x}{(x + \sqrt{x})^2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $g'(x) = 3x^2(3x+1)^5 + 15x^3(3x+1)^4 \quad (0/25)$</p> <p>ج) $h'(x) = 4(-\frac{1}{4}) \sin(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}) \cos(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}) \quad (0/25)$</p>	۲
۱۵	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{30 - 0}{3} = 10 \quad (0/25)$	۱
۲۰	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.